

Республикалық математикалық олимпиаданың аудандық кезеңі

9-сынып, I күн

Жұмыс уақыты: 3 сағат. Әр есеп 7 ұпайға бағаланады.

Калькуляторды пайдалануға тиым салынады.

1. Кез келген оң нақты x саны үшін $2^{\sqrt[12]{x}} + 2^{\sqrt[4]{x}} \geq 2 \cdot 2^{\sqrt[6]{x}}$ теңсіздігі орындалатынын дәлелдеңдер.
2. Сүйірбұрышты ABC үшбұрышына іштей сызылған шеңбердің центрі O болсын. Егер AOB, BOC, COA үшбұрыштарына іштей сызылған шеңберлердің центрі өзара тең болса, ABC үшбұрышының дұрыс екенін дәлелдеңдер.
3. Бір елде N қала бар. Әрбір екі қала тіке қатынас жолмен – ұшақпен немесе кемемен – жалғасқан. Көліктің қандай да бір түрін ғана пайдаланып, осы елдің кез келген қаласынан кез келген қаласына (мүмкін, ауысып отыру арқылы) жетуге болатынын дәлелдеңдер.

Районный этап республиканской олимпиады по математике

9 класс, I день

Время работы: 3 часа. Каждая задача оценивается в 7 баллов.

Использование калькуляторов запрещено.

1. Докажите, что для всех положительных вещественных чисел x выполнено неравенство $2^{\sqrt[12]{x}} + 2^{\sqrt[4]{x}} \geq 2 \cdot 2^{\sqrt[6]{x}}$.
2. Пусть точка O – центр окружности, вписанной в остроугольный треугольник ABC . Докажите, что если радиусы окружностей, вписанных в треугольники AOB, BOC, COA , равны, то треугольник ABC – правильный.
3. В стране N городов. Между любыми двумя городами имеется прямое сообщение самолетом или пароходом. Докажите, что, пользуясь лишь каким-то одним видом транспорта, из любого города можно попасть в любой другой (быть может, с пересадками).